

Campo conservativo e lavoro

Il campo elettrico è un campo conservativo: il lavoro¹ compiuto dalle forze del campo per muovere una carica puntiforme in esso immersa dipende solo dalla posizione iniziale e finale dello spostamento e non dal particolare percorso seguito.

Il campo elettrico generato nello spazio da una carica puntiforme (positiva) Q , come visto, vale:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r^2} \hat{u}_r$$

dove con $\hat{u}_r$ si è indicato il generico versore radiale alla carica Q , con origine nel centro di questa ed uscente da essa. In tal modo descriviamo il campo elettrico in maniera compiuta, vettoriale, cioè indicando il suo valore assoluto (modulo) ed i suoi verso e direzione (dati dal versore, il quale è un vettore di norma, o lunghezza, unitaria).

Calcoliamo quindi il lavoro compiuto dal campo stesso per spostare una carica q (anch'essa positiva) tra due punti, A e B, lungo un qualsiasi percorso. Se il calcolo risulterà positivo vuol dire che il campo compie lavoro, spontaneamente; se il calcolo risulterà negativo vuol dire che qualcuno deve compiere questo lavoro contro le forze del campo; ad esempio, il lavoro risulterà positivo se il punto A è più vicino del punto B alla carica Q , sorgente del campo elettrico.

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = q \int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r^2} dr = qQ \frac{1}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Il lavoro si misura in Joule [J].

Con $\vec{F} \cdot d\vec{l}$ indichiamo il prodotto scalare tra il vettore forza (che avrà qui stessa direzione e medesimo verso del campo elettrico, punto per punto nello spazio) ed uno spostamento infinitesimo lungo il percorso seguito per muovere la carica, verso compreso.

Ciò che si ottiene è una sommatoria infinita di termini del tipo: forza per la componente dello spostamento a questa perpendicolare. Integrando lungo il percorso, otteniamo la forma più generale per indicare:

$$L = F \cdot s = Fs \cos(\vartheta) = Fs_{\perp}$$

anche in caso di campi non uniformi e/o spostamenti non rettilinei.

Il campo elettrico interno ad un condensatore (a rigore, tra due piastre conduttrici cariche di estensione infinita), vale:

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q_{TOT}}{Superficie} \hat{u}_x = \frac{\sigma}{\epsilon} \hat{u}_x$$

ed è un campo uniforme, le cui linee di forza si portano, parallelamente, dalla piastra caricata positivamente (positiva) a quella caricata negativamente (negativa).

¹ Si consiglia di approfondire la nozione meccanica di lavoro per una corretta comprensione del presente.

Per il suddetto campo elettrico, calcoliamo il lavoro compiuto per spostare una carica q (positiva) tra le sue armature, distanti d l'una dall'altra, lungo un qualsiasi percorso:

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = qE(\text{posizione}_B - \text{posizione}_A) = qEd$$

Questo risulterà positivo se A è l'armatura positiva.

Il potenziale elettrico

Si introduce l'energia potenziale elettrica U_p posseduta dalla carica q in un punto P ; la differenza delle energie potenziali elettriche tra due punti dello spazio rappresenta il lavoro necessario per spostare la carica elettrica tra i due punti in un campo elettrico. L'energia potenziale elettrica si misura in Joule.

Se una carica elettrica q positiva si sposta da un punto A sulla piastra positiva di un condensatore al punto B su quella negativa, il campo elettrico compie un lavoro (positivo). Contrariamente, è necessario spendere lavoro contro la forza del campo; questo lavoro viene immagazzinato come energia potenziale elettrica dalla carica q .

Si introduce quindi il potenziale elettrico come l'energia potenziale elettrica per unità di carica:

$$e = \frac{U}{q}$$

che si misura in Volt [V]: è la "tendenza" di un campo elettrico a spostare una carica ed è indipendente da q stessa. Dimensionalmente:

$$V = \frac{J}{C}$$

Letteralmente: Joule su Coulomb.

Segue direttamente dalla definizione che il lavoro compiuto dalle forze del campo elettrico per portare una carica dal punto A al punto B è, in funzione della differenza di potenziale:

$$L = U_A - U_B \Rightarrow e_A - e_B = \frac{L}{q}$$

La differenza di potenziale tra due punti è quindi definita come la quantità di lavoro per carica che il campo deve compiere (o che si dovrà compiere dall'esterno se $e_A - e_B < 0$) per muovere la carica dal primo al secondo punto. Nel sistema di misura SI, la differenza di potenziale, il potenziale elettrico e la forza elettromotrice sono misurati in Volt.

Tra due punti A e B di un campo elettrico si ha una differenza di potenziale $e_A - e_B$ di 1 V se le forze del campo compiono un lavoro di 1 J per portare una carica di 1 C da A a B .

Relazione potenziale elettrico – campo elettrico

Il campo elettrico interno alle armature (distanti d l'una dall'altra) di un condensatore vale:

$$L = qEd \Rightarrow e_A - e_B = Ed$$

Di qui:

$$\Delta e = Ed \Rightarrow E = \frac{\Delta e}{d}$$

Avendo considerato Δe come $e_A - e_B$. Il campo elettrico ha quindi dimensioni:

$$\frac{N}{C} \equiv \frac{V}{m}$$

La precedente lega campo elettrico e potenziale per ogni campo elettrico uniforme oppure considerando distanze molto piccole.

In maniera più rigorosa scriviamo (qui vi è un segno negativo in quanto generalmente, al contrario di come fatto finora, si considera il secondo estremo meno il primo nell'uso del " Δ ");

$$e = - \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

da cui:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} e = -\left(\frac{\partial e}{\partial x} \hat{u}_x + \frac{\partial e}{\partial y} \hat{u}_y + \frac{\partial e}{\partial z} \hat{u}_z\right)$$

nel caso in cui la carica sia ferma, altrimenti andrebbe considerato anche il campo magnetico da questa creato.

Il potenziale è un campo (scalare) che descrive, in modo semplice, quindi, il campo (vettoriale) elettrico.

Considerazioni finali

Se una regione dello spazio è sede di un campo elettrico, tra due suoi punti si instaura una differenza di potenziale, o tensione. Il campo potenziale altro non è che una schematizzazione scalare del campo vettoriale elettrico stesso.

Una differenza di potenziale tra due punti tende a spingere le cariche positive da un punto all'altro – dal punto a potenziale maggiore al punto a potenziale minore (secondo le forze del campo, quindi). Va da sé che per le cariche negative avviene l'opposto.

Si pensi ad una pila quale generatore di tensione: il campo elettrico interno genera una differenza di potenziale tra i suoi due poli. In una pila carica il polo positivo (+) ha potenziale maggiore di quello negativo (-) e la corrente elettrica, considerata come movimento di cariche positive, fluisce dal "+" al "-" nel circuito che chiude sui due poli stessi.

Una differenza di potenziale è anche generata tra gli estremi di un conduttore elettrico in moto in un campo magnetico, oppure immerso in un campo magnetico variabile nel tempo.

Nelle nostre abitazioni, la differenza di potenziale tra i due poli di una presa elettrica è di circa 220 V efficaci alternati sinusoidali.

Autore: ing. Marco Buratto.

Per ogni segnalazione riguardante commenti, comunicazioni di errori, omissioni, ingiurie varie..... e via dicendo, prego scrivere a: marco.buratto@tiscali.it. Contributi ben accetti. Cercansi traduttori.

E' consentita la riproduzione parziale o totale del presente testo, senza necessità di permesso alcuno, purché vengano riportati autori e fonte.